Inspection d'Académie de Tambacounda — *Année Scolaire : 2023-2024*

Cellule de mathématiques — *Niveau : $1^{ére}$ S_2*

SERIE D'EXERCICES N°1: FONCTIONS NUMERIQUES.

Exercice 1

1. Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$f(x) = \sqrt{|x^2 - 6x + 5|}$; $g(x) = \frac{sin2x}{1+sinx}$; $h(x) = x\sqrt{x^2 - 1}$; $i(x) = \frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$

$j(x) = \frac{|x+1|-2x}{|x-1|}$; $k(x) = \sqrt{\frac{-x^3}{x+1}}$

$l(x) = \frac{x^2+2x+1}{x+2}$; $m(x) = \frac{|x^2+x|+1}{|x|+1}$; $n(x) = \sqrt{|4x - 1|} + x$; $p(x) = \frac{x^3-4x^2+8x-4}{(x-1)^2}$

$q(x) = \frac{2x^2+3x-1}{x-2}$; $r(x) = x\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$; $s(x) = \frac{x^3+x^2-2x-3}{x^2-3}$

$t(x) = 3\sin 2x + 2\cos 3x - 3$; $u(x) = \frac{cos3x}{(cosx-1)^2}$; $v(x) = \frac{cos2x}{sinx}$

2.Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-1}{x-1} & si \quad x \leq 0 \\ \frac{x}{\sqrt{x^2+x}} & si \quad x > 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & si\ x > 1 \\ \frac{x}{x+1} & si\ x \leq 1 \end{cases}$$

$$f(x) \begin{cases} \sqrt{|x^2 - x|} + x & si\ x < 0 \\ \frac{x(x-2)}{x-1} & si\ x \geq 0 \end{cases}$$

Exercice 2

Parmi les fonctions suivantes, préciser celles qui sont des applications :

$f : IR \to IR$

$x \to f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

$f : [2\,;+\infty[\to IR$

$x \to f(x) = \sqrt{x-2}$

$f : IR \to IR$

$x \to f(x) = \sqrt{x-1} - 1$

$f : [0\,;+\infty[\to IR$

$x \to f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$f :]-\infty;0[\to IR$

$x \to f(x) = \frac{x-1}{x-3}$

$f : IR \to IR$

$x \to f(x) = |x|$

Exercice 3

1.Dans chacun des cas suivants, étudier si l'application f est injective, Surjective ou bijective.

a) $IR \to IR$, $f(x) = x^2 + 2$

b) $IR \setminus \{1\} \to R$, $f(x) = \frac{1}{1-x}$

c) $IR \to [-3\,; +\infty[$, $f(x) = 2x^2 - 3$

2.Parmi les fonctions suivantes, préciser celles qui définissent une bijection Dans ce cas, déterminer la bijection réciproque

a) $IR \to IR$, $f\ (x) = 1 - x$

b) $IR \to IR$, $f\ (x) = \frac{1}{x}$

c) $IR \setminus \{\ 1\} \to\ IR\ \{\ 1\}, f\ (x) = \frac{1}{1-x}$

d) $[\ 4\ ;\ +\infty\ [\to IR_{-}$, $f\ (x)\ = -\sqrt{x-4}$

e) $IR \to]-\infty; 5]$, $f\ (x) = -x^2 + 5$

Exercice 4

1.Soit les fonctions :$f(x) = \frac{x^3-x^2+2x-2}{x+2}$ et $g(x) = x - 1$

a) Vérifier que $(x^2 + 2)(x - 1) = x^3 - x^2 + 2x - 2$

b) Montrer que f et g sont égales.

2. Soient $f(x) = 2x + 1 + \frac{20}{x-1}$ et $g(x) = \frac{2x^2-x+1}{x-1}$

Montrer que les fonctions f et g sont égales.

3.Dans chacun des cas suivants déterminer les réels a et b pour que les fonctions f et g soient égales.

$f(x) = -2x^2 - 12x - 16$ *et* $g(x) = -2(x-a)^2 + b$

$f(x) = \frac{x+7}{x^2+2x-3}$ *et* $g(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3}$

Exercice 5

1. On considère les fonctions suivantes :

$f(x) = \sqrt{x+3}$ *et* $g(x) = \frac{1}{x^2-4}$

a. Déterminer Df ; Dg ; $Df \circ g$ *et* $Dg \circ f$

b. Calculer $f \circ g(x)$ *et* $g \circ f(x)$.

2. Trouver deux fonctions f et g telles que $h(x) = (f \circ g)(x)$.

a) $h(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 1}$

b) $h(x) = \frac{x^2-1}{x^2+6}$

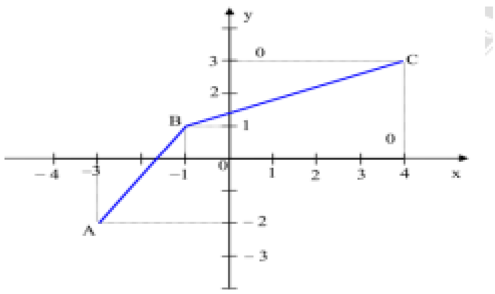
c) $h\ (x) = \frac{7}{x^2+x-6}$

d) $h(x) = (3x+1)^2$

e) $h(x) = (x+3)^2 + 1$

Exercice 6

Soit l'application f définie par sa représentation graphique ci-dessous



1. Trouver l'image directe par f des intervalles suivants :

$[-3;-1]$; $]-1;\ 4]$ et $\{-3;-1\}$

2. Trouver l'image réciproque par f des intervalles suivants :

$]1;\ 3[$; $]-\infty;-3]$ et $[-2;\ 3]$.

3. Donner les formules explicites de $f(x)$.

4. Montrer que f est bijective.

Exercice :7

Soient les fonctions f et g définies respectivement

$f\ :\ R - \{1\} \to IR - \{1\}$

$x \to f(x) = \frac{1}{-1+x}$

$g\ :\ R - \{1\} \to IR_{+}^{*}$

$x \to f(x) = 3x - 2$

1. Les fonctions f et g sont-elles bijectives ?

2. Calculer: $f \circ g(0)$, $(g \circ f)(0)$, $f \circ g(x)$*et* $g \circ f(x)$.

3.Trouve

$f([-2\ ;-1])$; $g([-2\ ;\ 0])$; $f^{-1}([2\ ;\ 3[\ )$ *et* $f^{-1}(]-\infty;\ 0[\ )$.

4. Résoudre l'équation

$f(x) = g(x)$.

Exercice 8

1.Etudier la parité des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2x^4 + x^2 - 1$

b) $f(x) = x^3 + x$

c) $f(x) = x^2 - 3$

d) $f(x) = |x| - 2$

e) $f(x) = x^2 - 3|x| + 1$

f) $f(x) = x(x^2 - 2)$

g) $f(x) = x + \sqrt{x}$

h) $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$

i) $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+1}$

j) $f(x) = \frac{cos^3x}{(cosx-1)^2}$

k) $f\ (x) = \frac{cos2x}{sinx}$

$l)\ f\ (x)\ =\ sin2x - 2\ cos\ x$

m) $f\ (x)\ =\ x - sin\ x$

n) $f(x) = \frac{sinx+cosx}{sin2x}$

2.Pour chacun des cas suivants

étudier le sens de variations de *f*.

a) $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$

d) $f(x) = \sqrt{x^3 + x}$

e) $f(x) = \sqrt{x^3 - x}$

f) $f(x) = x^3 - 3x$

Exercice 9: **Elément de symétrie**

1. Dans chacun des cas, montrer que $(Cf\ )$ admet la droite (Δ) pour axe de symétrie.

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$ et $(\Delta)\ :\ x\ = -1$;

b) $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$; $(\Delta) : x = 1$

c) $f(x) = \frac{-2x^2+4x-1}{(x-1)^2}$ et $(\Delta)\ x = 1$

d) $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{2x^2+8x+9}$ et $(\Delta): x = -2$

e) $f(x) = |x + 2|$; $(\Delta) : x = -2$

f) $f(x) = -3x^2\ +\ 4x\ +\ 1$;

$(\Delta)\ :\ x\ = \frac{2}{3}$

2. Dans chacun des cas suivants, montrer que$(Cf\ )$ admet le point K pour centre de symétrie.

a) $f(x) = \frac{x-4}{x-2}\quad et\ K(2;\ 1)$

b) $f(x) = -x^3 + 3x + 4\ et\ K(0;\ 4)$;

c) $f(x)\ = \frac{x^2-5x+7}{x-2}\quad et\ K(2;\ 1)$

d) $f(x) = \frac{3x}{x+1}$ et K$\binom{-1}{3}$

e) $f(x) = \frac{x^2}{x+2}\ \ et$ K$\binom{-2}{-4}$

f) $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-3}\ et\ K\binom{1}{0}$

g) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}\ \ et$ K$\binom{1}{2}$

h) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}\quad et$ K$\binom{1}{2}$